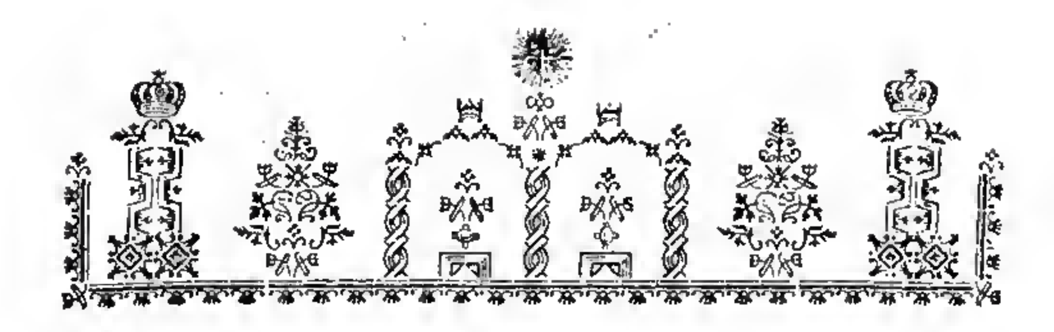


CONSIDÉRATIONS

SUR

LES DIFFICULTÉS QU'ON RENCONTRE DANS L'EXÉCUTION DES VERRES OBJECTIFS DÉLIVRÉS DE TOUTE CONFUSION. (*)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir proposé plusieurs moyens de délivrer les verres objectifs des Lunettes de la confusion causée par leur ouverture, je ne saurois nier que plusieurs essais que j'ai faits pour exécuter de tels verres, n'ont eu aucun succès; & quelques soins que l'Artiste ait apporté à construire des verres sur les mesures que je lui avois présentées, je n'ai jamais pu remarquer, que leur combinaison produisit une moindre confusion, qu'un verre objectif simple. Ces efforts inutiles m'auroient presque déterminé à renoncer entiérement à la Théorie qui m'y avoit conduit, si le témoignage du célebre M. Short sur les Objectifs composés de M. Dollond ne m'avoit rassuré, celui-ci aiant heureusement réussi à composer un objectif d'un verre convexe & concave, dont la confusion étoit tout à fait insensible.

 2. Con-

(*) Lu le 15 Octobre 1761.

2. Convaincu donc de la possibilité de tels objectifs, je redoublai mes efforts pour approfondir toutes les difficultés qui peuvent s'opposer à l'exécution de mon dessein, & que notre Artiste n'a pu encore trouver moyen de surmonter. D'abord je voyois bien qu'une petite différence dans la nature du verre, dont la réfraction seroit un peu différente de celle que j'avois supposée dans le calcul, n'y pouvoit être d'aucune conséquence; & quoique M. Dollond lui-même ait employé deux différentes especes de verres, j'ai déjà suffisamment prouvé, que cette petite différence n'y contribue absolument rien, & qu'il ne s'agit plus ici de remédier à la diverse réfrangibilité des rayons, mais uniquement à la confusion qui résulte de la figure & ouverture des verres.

3. Entant que les faces des verres ont une figure sphérique, il est certain que les rayons qui passent par le milieu du verre, forment un autre foyer, que ceux qui sont transmis par les bords du verre: & à mesure que les rayons s'éloignent du milieu du verre, leurs foyers changent suivant une certaine loi, fondée sur la sphéricité de chacune de ses faces. Or, lorsqu'on a bien établi cette loi, il est toujours possible de construire un autre verre concave en supposant ses faces aussi sphériques, où le changement des foyers suive une loi directement contraire, de sorte qu'en combinant deux tels verres ensemble, les foyers de tous les rayons soient réduits au même point. C'est aussi de ce principe que j'ai tiré les déterminations pour la construction de tels objectifs composés, dont l'exécution a pourtant si peu répondu à mon attente. Il est donc bien important de découvrir la véritable cause de ce manque de succès.

4. Le premier soupçon tombera sans doute sur la figure des faces des verres, qui n'auroit pas été si parfaitement sphérique que je l'ai supposé dans le calcul: & en effet, quoique les bassins sur lesquels on travaille les verres, soient parfaitement sphériques, il y a bien des raisons de douter, que les verres en reçoivent précisément la même figure. L'inégalité dans le frottement pourroit bien être assez

grande

grande pour imprimer au verre une autre courbure vers les bords qu'au milieu. De là il arriveroit que la courbure vers les bords feroit ou plus petite ou plus grande que celle du milieu; & dans l'un & l'autre cas, la variation dans le foyer fuivroit une autre loi que celle que j'avois fuppofée dans le calcul. Par conféquent on ne devroit pas être furpris que l'exécution eût fi mal réuffi.

5. Mais, quelque fondé que paroiffe ce foupçon, je ne crois pas qu'il renferme la véritable raifon. Si la courbure des faces étoit moindre vers les bords qu'au milieu, ce feroit un défaut bien heureux, & le verre approcheroit d'une de ces figures parfaites, que Defcartes a déjà découvertes, pour délivrer les verres de toute confufion; & il ne feroit plus queftion de remédier à ce défaut par l'addition d'un autre verre. Or il s'en faut bien que les verres de notre Artifte ayent ce défaut; on y remarque plutôt une confufion très fenfible, qui n'a que trop befoin d'être diminuée. Ce n'eft donc pas affurément de ce côté qu'il faut chercher la caufe du peu de fuccès des foins de notre Artifte.

6. Mais s'il s'étoit trompé en fens contraire, & que la variation dans les foyers qui répondent aux bords du verre & à fon milieu, fût plus grande que je ne l'ai fuppofée dans le calcul; il eft bien vrai, que le verre concave que je propofe ne feroit plus capable de détruire cette confufion: mais il en devroit toujours détruire une partie, & un autre verre plus concave y remédieroit entierement. Cependant, quelque verre concave que j'aye joint au convexe, je n'ai jamais pu appercevoir la moindre diminution dans la confufion: il m'a paru plutôt que la confufion devenoit même plus grande: d'où je tire la facheufe conclufion, que le défaut dans l'exécution eft d'une tout autre nature, qu'il n'eft pas même poffible d'y remédier par l'addition de quelqu'autre verre que ce foit.

7. Pour m'affurer mieux des défauts auxquels ces verres pourroient être affujettis, j'ai examiné à part le verre convexe, & en y cou-

couvrant tantôt le milieu tantôt les bords, j'ai meſuré exactement dans un lieu obſcur les foyers formés par les rayons qui paſſent tant par le milieu que par les bords du verre, & j'y ai trouvé à peu près la même différence que montre le calcul fondé ſur la ſphéricité des faces. Enſuite j'ai combiné ce verre convexe avec le concave que l'Artiſte avoit fait ſur les meſures preſcrites par la Théorie, & après en avoir couvert tantôt les bords tantôt le milieu, j'ai effectivement remarqué que ces deux foyers ſe réuniſſoient au même point, tout comme j'avois lieu de m'y attendre. Cependant, nonobſtant cette belle réunion des foyers, cet objectif compoſé n'a pas laiſſé de produire une confuſion tout à fait inſupportable, ayant repréſenté tous les objets comme enfoncés dans un brouillard fort épais.

8. Ce brouillard ne ſauroit être attribué qu'à une réfraction irréguliere des rayons, tout à fait différente de celle qu'une petite aberration de la figure ſphérique pourroit cauſer. Car, pourvu que la ſurface des verres ſoit bien unie, quand même elle ne ſeroit point ſphérique, on comprend aiſément qu'un tel brouillard n'en ſauroit être l'effet. Je crois donc pouvoir ſoutenir, que la ſurface des verres que j'ai employés dans ces expériences, n'étoit pas unie, mais plutôt remplie d'une infinité de petites éminences & cavités, quoiqu'en gros la figure en ait peut-être été aſſez parfaitement ſphérique. Auſſi un bon microſcope ne manque pas de nous découvrir une telle inégalité dans la ſurface des verres les mieux polis. Cela poſé, ce n'eſt qu'aux éminences que le baſſin communique ſa figure, & les rayons qui tombent dans les cavités, y ſouffrent une réfraction très irréguliere, & étant diſperſés en tout ſens cauſent viſiblement ce brouillard qui empêche que nos objectifs n'ayent le ſuccès eſpéré.

9. Comme cette inégalité dans la ſurface du verre eſt ſans doute fondée dans ſa nature, il eſt impoſſible d'y remédier; & quand même ce défaut ſe trouveroit moins dans une eſpece de verre que dans les autres, on ne ſauroit jamais eſpérer d'en être délivré tout à fait. Mais, pourvu que ces cavités ne fuſſent pas polies, cet effet funeſte dont

dont je viens de parler, n'en ſeroit pas à craindre. Voilà donc le ſeul moyen capable de remédier à cet inconvénient; c'eſt d'empêcher que les petites cavités dont la ſurface du verre eſt remplie, ne reçoivent la politure. C'eſt très mal à propos que la plûpart des Artiſtes pouſſent la politure du verre trop loin, s'imaginant que c'eſt en cela principalement que leur adreſſe doit paroître. Il n'y a aucun doute, que les éminences ne doivent être parfaitement bien polies; mais l'Artiſte doit apporter autant de ſoins que les cavités demeurent non polies, ce qui dépend principalement de la matiere dont il ſe ſert pour la politure; outre que le mouvement du verre doit être fort léger, ſans qu'il ſoit preſſé contre le baſſin.

10. Cette précaution, quelque néceſſaire qu'elle ſoit, n'eſt pas du goût de la plûpart de nos Artiſtes, parce qu'elle exige un tems beaucoup plus long pour polir les verres. La machine dont ils ſe ſervent ordinairement en faiſant tourner le baſſin avec la plus grande rapidité, eſt abſolument contraire à ce deſſein, en ce qu'on eſt obligé d'y preſſer le verre avec beaucoup de force, & que la matiere qui ſert à polir, attaque aiſément les petites cavités, & les rend polies. Auſſi m'a-t-on aſſuré que M. Dollond polit tous ſes verres, qui ſont généralement admirés, ſimplement à la main, le baſſin reſtant en repos & encore à ſec: ces circonſtances n'aboutiſſent ouvertement, qu'à empêcher que les cavités & l'intérieur des pores du verre n'en reçoivent aucune politure. Cependant je doute fort que nos Artiſtes s'accommodent jamais de cette méthode, de peur d'y employer trop de tems.

11. Si je pouvois obtenir des verres travaillés avec cette précaution, je ne douterois plus du ſuccès des verres objectifs compoſés de deux lentilles, l'une convexe & l'autre concave: mais, pour y mieux réuſſir, il me reſte encore une recherche toute particuliere ſur les limites entre leſquelles la pratique doit être renfermée. Les meſures que j'ai preſcrites ſur la conſtruction de ces verres, ſont déterminées à un tel point d'exactitude, qu'on ne ſauroit jamais y atteindre dans l'exécution: on s'en écartera toujours, tantôt plus tantôt moins, & il eſt très

important de déterminer les limites, qu'on ne ſauroit paſſer, ſans que l'ouvrage devienne tout à fait inutile. Cette recherche aura d'autant moins de difficulté, que j'ai déjà établi dans le XIII Volume de nos Mémoires tous les élémens ſur leſquels elle doit être fondée, & partant je n'aurai qu'à en tirer les formules, qui expriment en général la confuſion d'une lunette compoſée d'autant de verres qu'on voudra.

12. Or, en conſervant les mêmes dénominations que j'ai établies dans le dit volume, le demi-diametre de la confuſion eſt exprimé par cette formule:

$$\frac{\mu x^3}{4\alpha^3}\left(\lambda m + \frac{m\Phi(B+1)(\lambda'(B+1)^2+\nu B)}{B^3(\mathfrak{B}\pi-\Phi)} + \&c. \right),$$

où j'omets les autres termes provenant des autres verres après les deux premiers, puiſqu'ils ſont ordinairement fort pétits, en remarquant ſeulement que le dernier terme, qui répond à l'oculaire, dont la diſtance de foyer ſoit $= v$, ſera $= \frac{\lambda^{(n)}\alpha^3}{m^3\, v^3}$, Or, pour que cette confuſion ſoit encore ſupportable, il faut qu'elle ſoit moindre que cette formule $\frac{4\mu}{x^3}$, où x eſt un nombre dont la valeur eſt entre 40 & 50.

13. Le premier verre eſt ici ſuppoſé convexe, dont la diſtance de foyer eſt $= \alpha$, & x exprime le demi-diametre de ſon ouverture, de ſorte que ſi m marque le groſſiſſement, la clarté néceſſaire exige qu'on prenne $x = \frac{m}{50}$ pouces. Enſuite, poſant l'intervalle entre les deux premiers verres $= d$, & la diſtance de foyer du ſecond verre $= -q$, puiſque je le ſuppoſe concave, mes formules donnent

$$d = \frac{\mathfrak{B}\pi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\alpha \ \& \ q = \frac{-\mathfrak{B}\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\alpha, \text{ donc } \frac{d}{q} = \frac{-\pi}{\Phi}, \text{ \& partant } d = \frac{\mathfrak{B}d}{\mathfrak{B}d+q}\alpha \text{ ou } \mathfrak{B} = \frac{q}{\alpha-d} \ \& \ B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = \frac{q}{\alpha-d-q}.$$

De là

De là la condition requise pour rendre insensible la confusion, sera contenue dans cette formule:

$$\frac{x^3}{\alpha^3}\left(\lambda m - \frac{m(\alpha-d)^2(\lambda'(\alpha-d)^2 + \nu q(\alpha-d-q))}{\alpha q^3} \cdots + \frac{\lambda^{(n)}}{m^3}\frac{\alpha^3}{v^3}\right) < \frac{1}{x^3}.$$

Or le foyer commun de ces deux verres tombera après le second verre à la distance $= \frac{-q(\alpha - d)}{\alpha - d - q}$, laquelle devant être positive, il faut qu'il soit $q > \alpha - d$.

14. Donc, puisque $x = \frac{m}{50}$ pouces, en exprimant toutes les mesures en pouces, & prenant $x = 50$, nous aurons

$$\lambda m - \frac{m(\alpha-d)^2}{\alpha q^3}(\lambda'(\alpha - d)^2 - \nu q(q - \alpha + d)) + \frac{\lambda^{(n)}\alpha^3}{m^3 v^3} < \frac{\alpha^3}{m^3},$$

d'où l'on voit que la confusion causée par le seul verre oculaire, devient déjà insupportable dès que $\frac{\lambda^{(n)}}{v^3} > 1$, & puisque $\lambda^{(n)}$ est à peu près $= 1,63$, dès que la distance de foyer de l'oculaire v est moindre que $\sqrt[3]{1,63}$ pouce, ou $v < 1\frac{1}{8}$ pouce; d'où je tire cette conclusion bien importante, que quand même on seroit parvenu à construire un objectif délivré de toute confusion, dès qu'on le joindroit avec un oculaire au dessous d'un pouce de foyer, il en résulteroit une confusion tout à fait insupportable. Mais aussi réciproquement, dès que le foyer de l'oculaire surpasse deux pouces, la confusion qui en résulte est insensible, puisqu'elle décroît en raison du cube de la distance de foyer.

15. Pour les verres moyens, quand il y en a, à moins qu'ils ne soient fort mal arrangés, leur effet sur la confusion est ordinairement beaucoup plus petit que celui du seul oculaire. Cependant mettons la lettre M pour la partie qui en résulte; & puisqu'il est bon d'introduire dans le calcul la distance de foyer du verre objectif composé,

 soit

ſoit p cette diſtance derriere le ſecond verre concave, de ſorte que $p = \frac{q\,(\alpha - d)}{q - \alpha + d}$ & $q = \frac{p\,(\alpha - d)}{p - \alpha + d}$; d'où notre formule ſera

$$\lambda m - \frac{m(\alpha-d)(p-\alpha+d)}{\alpha p^3}(\lambda'(p-\alpha+d)^2 - \nu p(\alpha-d)) + \mathrm{M} + \frac{\lambda^{(n)}\alpha^3}{m^3 \nu^3} < \frac{\alpha^3}{m^3}.$$

Il n'importe qu'on prenne la valeur $\frac{\alpha^3}{m^3}$ négative ou poſitive; & partant, en la prenant tantôt poſitive tantôt négative, & changeant le ſigne $<$ en $=$, on aura les deux limites, entre leſquelles la conſtruction de notre verre objectif doit être contenue.

16. Voilà donc les deux limites que nous cherchons, & par rapport auxquelles le nombre λ' doit être déterminé:

$$\lambda' = \frac{\nu p\,(\alpha - d)}{(p-\alpha+d)^2} + \frac{\alpha p^3}{(\alpha-d)(p-\alpha+d)^3}\left(\lambda + \frac{\mathrm{M}}{m} + \frac{\lambda^{(n)}\alpha^3}{m^4 \nu^3} \pm \frac{\alpha^3}{m^4}\right),$$

d'où l'on voit d'abord, que pour les grands groſſiſſemens ces limites s'approchent d'autant plus, que le terme $\frac{\alpha^3}{m^4}$ devient petit, ce qui arrive quand le cube α^3 croît dans une moindre raiſon que le quarré-quarré m^4. Pour cet effet, ſuppoſons $\alpha = \frac{1}{\delta} m \sqrt[3]{m}$; & ſoit pour abréger nos formules $q = np$, $d = \frac{kp}{n+1}$, & nous aurons $\alpha = \frac{n+k}{n+1}p$; donc $p = \frac{n+1}{\delta\,(n+k)} m \sqrt[3]{m}$ & $\mathfrak{B} = n+1$, $\mathrm{B} = \frac{-(n+1)}{n}$, & nous arriverons à cette équation:

$$\lambda' = \nu n(n+1) + \left(1 + \frac{k}{n}\right)(n+1)^3 \left(\lambda + \frac{\mathrm{M}}{m} + \frac{1,6^3}{\delta^3 \nu^3} \pm \frac{1}{\delta^3}\right),$$

où

où le terme $\frac{1}{\delta^3}$ ne doit pas être trop petit par rapport au nombre λ, puisqu'alors l'exécution ne sauroit réussir.

17. Mais, d'un autre côté, si l'on vouloit prendre δ très petit, comme $\delta = 1$, on n'y gagneroit rien, & la confusion du seul premier verre seroit déjà si petite, qu'on n'auroit plus besoin du verre concave pour en diminuer l'effet. La composition de l'objectif ne nous procure donc des avantages réels, qu'entant qu'on peut donner à δ une valeur assez considérable. D'ailleurs, ayant pris ci-dessus $x = 50$, cette valeur est un peu trop grande, & on peut bien se contenter de $x = 45$; & dans ce cas, au lieu du dernier terme $\frac{1}{\delta^3}$, nous aurions $\frac{1000}{729\delta^3}$ ou $\frac{4}{3\delta^3}$, d'où pour le même nombre δ les limites embrasseront un plus grand intervalle, & souffriront dans la pratique une plus grande aberration. Or, plus on est en état d'exécuter les mesures prescrites, plus on pourra prendre le nombre δ grand, & l'objectif composé pourra être employé à des grossissemens plus considérables. Outre cela, puisque le verre concave allonge la lunette, la composition de l'objectif ne sera d'aucun avantage, à moins qu'on ne puisse prendre $\delta > \frac{10}{9} \cdot \frac{n + k + 1}{n + k}$, puisque cette valeur répond aux objectifs simples ordinaires.

18. Cette circonstance ne nous permet pas de donner au nombre n des valeurs très petites, qui seroient d'ailleurs à l'égard de la construction du verre concave les plus convenables, puisque la moindre valeur de la lettre δ, qui nous procureroit quelque avantage réel, deviendroit déjà trop considérable, pour qu'on pût espérer de ne pas passer dans l'exécution les limites prescrites. Je suppose ici que le nombre k, qui détermine la distance des verres d, soit une fraction très petite, pour ne pas diminuer le champ apparent; car, si l'on vouloit donner à k une valeur assez considérable, on pourroit bien prendre n

 d'au-

d'autant plus petit: mais il vaudra toujours mieux prendre le nombre n plus grand, & donner à k la plus petite valeur que l'épaisseur des verres puisse souffrir. On sera bien obligé d'admettre de si grandes distances de foyer par rapport au grossissement, qu'on pourra prendre $k = \frac{1}{100}$, & encore plus petit.

19. Si l'on n'emploie qu'un seul oculaire, pour produire le grossissement m, il faut prendre $v = \frac{p}{m}$, d'où l'on aura $v^3 = \frac{m\ (n\ +\ 1)^3}{\delta^3\ (n\ +\ k)^3}$, & partant notre équation sera:

$$\lambda' = vn(n+1) + \left(1 + \frac{k}{n}\right)(n+1)^3\left(\lambda + \frac{M}{m} + \frac{1{,}63(n+k)^3}{m\ (n+1)^3} \pm \frac{4}{3\,\delta^3}\right);$$

d'où l'on voit que, pour les grands grossissemens, la confusion causée par l'oculaire est très petite par rapport à celle de l'objectif, qui doit être détruite par le verre concave. Il s'agit donc de voir, à quel degré de précision on peut porter la pratique, de sorte que les limites actuelles étant connues, on en puisse ensuite conclure la valeur de δ, d'où l'on conclura enfin la distance de foyer du premier verre $\alpha = \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$, & de là les autres mesures p & q exprimées en pouces. Cette recherche se fera le plus commodément, en donnant au nombre n des valeurs déterminées: où je remarque en général qu'il convient de poser $\lambda = 1$, puisque ce nombre ne sauroit recevoir une valeur plus petite. Or, pour le nombre k, je le supposerai toujours $= \frac{n}{100}$, pour réduire l'intervalle entre les deux premiers verres à une quantité assez petite.

I Hypothese $n = 1$.

20. On a donc $q = p$, $\alpha = \frac{101}{200}p$, & $d = \frac{1}{200}p$, & partant pour le verre concave $\mathfrak{B} = 2$, & $B = -2$. Or le grossissement m étant proposé, il faut prendre $p = \frac{200}{101} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$,

où

où l'adreſſe de l'Artiſte déterminera le nombre δ. On a donc pour le nombre λ':

$$\lambda' = 2\nu + \tfrac{101}{100} \cdot 8 \left(1 + \frac{1,63 \cdot 101^3}{200^3 \cdot m} \pm \frac{4}{3\delta^3}\right).$$

Maintenant il faut ſe ſouvenir, que connoiſſant pour le verre concave ſa diſtance de foyer $-q$, avec les nombres $\mathfrak{B}$ & λ', ſa conſtruction eſt déterminée de cette ſorte:

le rayon de ſa face de devant $= \dfrac{-q}{\varrho\mathfrak{B} - \sigma(\mathfrak{B}-1) + \tau\sqrt{(\lambda'-1)}}$;

le rayon de ſa face de derriere $= \dfrac{-q}{\sigma\mathfrak{B} - \varrho(\mathfrak{B}-1) - \tau\sqrt{(\lambda'-1)}}$,

où les nombres ϱ, σ, τ avec ν dépendent de telle ſorte de la nature du verre, que ſi la raiſon de réfraction eſt 1,55 à 1, on a

$$\varrho = 0,19078;\ \sigma = 1,62740;\ \tau = 0,90513\ \&\ \nu = 0,23269.$$

Or la valeur de λ' ſe développe en ces trois parties:

$$\lambda' = 8,54538 + \frac{1,6961}{m} \pm \frac{10,77}{\delta^3};$$

d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda'-1)} = 2,7469 + \dfrac{0,3087}{m} \pm \dfrac{1,9610}{\delta^3}$,

& $\tau\sqrt{(\lambda'-1)} = 2,4862 + \dfrac{0,2793}{m} \pm \dfrac{1,7747}{\delta^3}$.

Or $\varrho\mathfrak{B} - \sigma(\mathfrak{B}-1) = -1,24584$ & $\sigma\mathfrak{B} - \varrho(\mathfrak{B}-1) = 3,06402$; donc les deux rayons des faces du verre concaves ſont:

de devant $= \dfrac{-q}{1,2404 + \dfrac{0,2793}{m} \pm \dfrac{1,7747}{\delta^3}}$,

de derriere $= \dfrac{-q}{0,5778 - \dfrac{0,2793}{m} \pm \dfrac{1,7747}{\delta^3}}$.

21. Pour juger maintenant du nombre δ, ſuppoſons que, quand il faut travailler la face d'un verre ſur une ſphéricité dont le rayon eſt $= \mathfrak{r}$, l'Artiſte ſoit ſi habile, qu'il ſe trompe moins que de la partie $\frac{1}{N}$ de ce rayon $\mathfrak{r}$. Donc, ſi le rayon d'une face doit être $\frac{-q}{P \pm \frac{Q}{\delta^3}}$, ou $-\frac{q}{P} : \left(1 \pm \frac{Q}{P\delta^3}\right)$, il faut ſuppoſer $\frac{1}{N} = \frac{Q}{P\delta^3}$; d'où nous tirons $\delta = \sqrt[3]{\frac{NQ}{P}}$; & pour en faire l'application, il eſt clair qu'il faut prendre la face qui donne pour δ la moindre valeur, comme la plus difficile à exécuter; ce ſera donc celle où P eſt plus grand. Puiſque c'eſt la face de devant, nous aurons $P = 1,2404 + \frac{0,2793}{m}$, & $Q = 1,7747$; d'où nous tirons aſſez exactement $\delta = \sqrt[3]{\frac{10}{7}N}$; ce qui nous fournit les concluſions ſuivantes:

I. Si l'Artiſte n'eſt capable de travailler la face d'un verre qu'à une 50ième partie près du rayon, nous aurons $\delta = \sqrt[3]{71}$, ou $\delta = 4\frac{1}{7}$, & partant, pour un groſſiſſement quelconque m, la diſtance de foyer de notre objectif, comptée depuis le premier verre, $d + p = \frac{201}{181} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta} = \frac{m\sqrt[3]{m}}{2,07}$. Or, en employant un verre objectif ſimple, on peut prendre ſa diſtance de foyer $= \frac{m\sqrt[3]{m}}{1,33}$; donc par ce moyen la longueur de la lunette n'eſt pas encore réduite à la moitié.

II. Si l'Artiſte eſt ſi habile qu'il ne ſe trompe pas de la partie $\frac{1}{100}$ du rayon d'une face, à cauſe de $N = 100$, nous aurons $\delta = \sqrt[3]{143}$, ou bien $\delta = 5,23$; d'où pour le groſſiſſement m la diſtance de foyer de notre objectif compoſé ſera $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{2,61}$, qui n'eſt que la moitié de celle d'un objectif ſimple.

III.

III. Donc, s'il falloit réduire la diſtance de foyer à la quatrieme partie, il faudroit qu'il fût $\frac{1}{2}\delta = 5,33$, où $\delta = 10,66$; donc $N = \frac{7}{10}\delta^3 = 849$; c'eſt à dire qu'il y eſt requis un tel degré d'adreſſe, qu'on ne ſe trompe point dans l'exécution de la $\frac{1}{849}$ partie du rayon: or je doute fort qu'on puiſſe jamais atteindre ce degré d'adreſſe.

II Hypotheſe $n = 2$, & $k = \frac{2}{100}$.

22. Ayant donc $q = 2p$; $a = \frac{202}{300}p$; $d = \frac{2}{300}p$ & $p = \frac{300}{202} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$; donc la diſtance $d + p = \frac{302}{202} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$, cette diſtance étant dans le cas d'un objectif ſimple $= \frac{m\sqrt[3]{m}}{1,33}$. Or, pour la conſtruction du verre concave, nous aurons $\mathfrak{B} = 3$, &

$$\lambda' = 1,3962 + \tfrac{101}{100} \cdot 27\left(1 + \frac{1,63}{m}\left(\tfrac{302}{300}\right)^3 \pm \frac{4}{3\delta^3}\right), \text{ ou}$$

$$\lambda' = 38,666 + \frac{13}{m} \pm \frac{36,36}{\delta^3}, \text{ \& partant}$$

$$\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 5,5550 + \frac{0,958}{m} \pm \frac{2,6810}{\delta^3};$$

or $3\varrho - 2\sigma = -2,6825$, & $3\sigma - 2\varrho = +4,5006$; donc les rayons des deux faces de nos verres

$$\text{de devant} = \frac{-q}{2,8735 + \frac{0,958}{m} \pm \frac{2,6810}{\delta^3}},$$

$$\text{de derriere} = \frac{-q}{-1,0544 - \frac{0,958}{m} \mp \frac{2,6810}{\delta^3}}.$$

Ici donc, pour juger de la valeur de δ, il faut s'en tenir à la premiere face, qui nous donne $P = 2{,}8735 + \frac{0{,}958}{m}$ & $Q = 2{,}6810$, & partant $\delta = \sqrt[3]{0{,}923\, N}$: dont voici les conclusions.

I. Si l'Artiste ne peut répondre que de la 50me partie du rayon, de sorte que $N = 50$, nous aurons $\delta = 3{,}58$, & partant la distance de foyer de notre objectif composé $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{2{,}39}$, qui est en effet presque deux fois plus petite qu'en se servant d'un oculaire simple.

II. Si l'Artiste est sûr de ne pas se tromper d'une 100me partie, de sorte que $N = 100$, nous aurons $\delta = 4{,}52$; donc la distance de foyer de l'objectif composé $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{3{,}01}$, qui est à celle d'un objectif simple comme 9 à 4.

III. Pour réduire donc la longueur à la quatrieme partie, il faudroit qu'il fût $\delta = 8$, & partant $N = \frac{512}{0{,}923} = 555$; d'où l'on voit que cette hypothese est préférable à la précédente.

III Hypothese $n = 3$, & $k = \frac{3}{100}$.

23. Ayant $q = 3p$; $d = \frac{3}{400}p$ & $\alpha = \frac{303}{400}p$, nous aurons: $p = \frac{400}{303} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$, & $d + p = \frac{403}{303} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$. Or, pour la construction du verre concave $\mathfrak{B} = 4$, &

$$\lambda' = 12\nu + \tfrac{101}{100} \cdot 64 \left(1 + \frac{1{,}63}{m}\left(\tfrac{303}{400}\right)^2 \pm \frac{4}{3\delta^3}\right);$$ donc

$$\lambda' = 67{,}4324 + \frac{45{,}7967}{m} \pm \frac{86{,}19}{\delta^3};$$ & partant

τV

$$\tau V (\lambda' - 1) = 7,3773 + \frac{2,5418}{m} \pm \frac{4,7857}{\delta^3}.$$

Or $4\varrho - 3\sigma = -4,1191$ & $4\sigma - 3\varrho = +5,9372$; & partant les rayons des deux faces de notre verre concave

de devant $= \dfrac{-q}{+3,2582 + \dfrac{2,5418}{m} \pm \dfrac{4,7857}{\delta^3}}$,

de derriere $= \dfrac{-q}{-1,4401 - \dfrac{2,5418}{m} \mp \dfrac{4,7857}{\delta^3}}$.

Il faut donc s'en tenir à la premiere, qui donne $P = 3,2582 + \frac{2,5413}{m} = 3,342$, en prenant $m = 30$, & $Q = 4,7857$; donc $\delta = \sqrt[3]{1,431\,N}$; d'où je conclus:

I. Si l'Artiste dans son travail n'est assuré que de la 50me partie du rayon, de sorte que $N = 50$, nous aurons $\delta = 4,15$, & partant la longueur $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{3,11}$, qui est à celle d'un objectif simple comme 3 à 7.

II. Si l'Artiste pouvoit répondre de la 100me partie, nous aurions $\delta = 5,23$ & partant $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{3,92}$, qui seroit à peu près trois fois plus courte qu'en employant un objectif simple.

III. Enfin, si l'on souhaitoit une longueur quatre fois plus petite, à cause de $\frac{3}{4}\delta = 4 \cdot \frac{4}{3}$, ou $\delta = 7,11$, l'adresse de l'Artiste devroit être au point qu'il fût $N = 251$, & partant cette hypothese est encore bien préférable à la précédente.

IV Hypothese $n = 4$, & $k = \frac{4}{100}$.

24. Ayant $q = 4p$, $d = \frac{4}{100}p$, & $\alpha = \frac{404}{500}p$, il faut poser $p = \frac{500}{404} \cdot \frac{m\sqrt{m}}{\delta}$, & partant $d + p = \frac{504}{404} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$; or, pour la construction du verre concave $\mathfrak{B} = 5$, &

$$\lambda' = 20\nu + \frac{101}{100} \cdot 125 \left(1 + \frac{1,63}{m}\left(\frac{404}{500}\right)^3 \pm \frac{4}{3\delta^3}\right);$$

ou, puisque nous pouvons aisément négliger la partie 100me,

$$\lambda' = 125 + 20\nu + \frac{1,63}{m} \cdot 64 \pm \frac{500}{3\delta^3} = 129,654 + \frac{104}{m} \pm \frac{167}{\delta^3};$$

donc $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 10,2660 + \frac{4,15}{m} \pm \frac{6,66}{\delta^3}$; & puisque

$$5\varrho - 4\sigma = -5,5557, \quad \& \; 5\sigma - 4\varrho = 7,3738,$$

nous aurons les rayons des faces de notre verre concave

$$\text{de devant} = \frac{-q}{4,7103 + \frac{4,15}{m} \pm \frac{6,66}{\delta^3}},$$

$$\text{de derriere} = \frac{-q}{-2,8922 - \frac{4,15}{m} \pm \frac{6,66}{\delta^3}}.$$

Tenons-nous en donc à la premiere, qui donne $P = 4,7103 + \frac{4,15}{m}$, ou $P = 4,85$, & $Q = \frac{6,66}{\delta^3}$; d'où nous tirons $\delta = \sqrt[3]{1,373\,N}$; d'où je conclus:

I. Si l'Artiste est sûr de la 50me partie du rayon dont il travaille une face, à cause de $N = 50$, nous aurons $\delta = 4,095$, & partant la

la longueur $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{3,276}$, qui eſt à celle d'un objectif ſimple comme 2 à 5.

II. Or, ſi l'Artiſte pouvoit répondre de la 100[me] partie du rayon, on auroit $\delta = 5,16$, & la longueur $d + p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{4,13}$, qui eſt $3\frac{1}{10}$ fois plus grande qu'en n'employant qu'un objectif ſimple.

III. Pour réduire la longueur du foyer à la quatrieme partie, à cauſe de $\frac{4}{5}\delta = \frac{16}{3}$, & $\delta = \frac{20}{3}$, l'adreſſe de l'Artiſte doit répondre au nombre $N = 216$, ou il faut qu'il puiſſe être ſûr de la 216 partie du rayon: cette hypotheſe eſt donc encore plus avantageuſe que la précédente.

V Hypotheſe $n = 5$.

25. Je négligerai ici la diſtance d, puiſqu'il ne s'agit que de déterminer à peu près, & ayant $q = 5p$, $\alpha = \frac{5}{6}p$, & $p = \frac{6}{5} \cdot \frac{m\sqrt[3]{m}}{\delta}$, nous aurons pour le verre concave $\mathfrak{B} = 6$, &

$$\lambda' = 30\nu + 216 + 125 \cdot \frac{1,63}{m} + \frac{288}{\delta^3}, \text{ ou bien}$$

$$\lambda' = 222,981 + \frac{204}{m} + \frac{288}{\delta^3}; \text{ donc}$$

$$\tau V(\lambda' - 1) = 13,4850 + \frac{6,20}{m} \pm \frac{8,75}{\delta^3}. \text{ Or}$$

$$6\varrho - 5\sigma = -6,9923, \quad \& \ 6\sigma - 5\varrho = +8,8104;$$

donc les rayons des faces du verre concave ſeront

$$\text{de devant} = \frac{-q}{6,4927 + \frac{6,20}{m} \pm \frac{8,75}{\delta^3}},$$

 de

de derriere $= \frac{-q}{4,6746 - \frac{6,20}{m} + \frac{8,75}{\delta^3}}$,

dont celle-là donne $P = 6,7$, & $Q = 8,75$; d'où nous tirons $\delta = \sqrt[3]{1,306\,N}$; d'où je conclus:

I. Si l'adresse de l'Artiste se borne à la 50me partie du rayon, de sorte que $N = 50$, on aura $\delta = 4,03$, & partant la distance de foyer de notre objectif composé $p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{3,36}$, qui est un peu plus petite que dans l'hypothese précédente.

II. Si l'Artiste est sûr de la 100me partie de son rayon, la valeur $N = 100$ donne $\delta = 5,07$, & la distance de foyer $p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{4,23}$.

III. Mais, si l'on demandoit une adresse capable de raccourcir la distance de foyer à sa quatrieme partie, à cause de $\frac{5}{6}\delta = \frac{16}{3}$, ou $\delta = \frac{32}{5}$, nous aurons $N = 201$, ou bien l'Artiste doit être en état de ne pas se tromper de la 200 partie du rayon sur lequel il travaille.

26. Je ne continue pas ces hypotheses plus loin, quoiqu'en augmentant le nombre n les avantages deviennent toujours plus grands, & qu'en supposant $n = \infty$, une adresse de la part de l'Artiste, qui pourroit répondre de la centieme partie du rayon, seroit suffisante pour raccourcir la distance de foyer de l'objectif à la quatrieme partie. Mais, depuis cette hypothese, les avantages augmentent presque insensiblement, de sorte qu'il ne vaudroit pas la peine de pousser plus loin ces hypotheses. Mais il faut ici principalement avoir égard à cette circonstance, que plus on augmente le nombre n, plus les rayons des deux faces de notre second verre ménisque deviennent égaux entr'eux; & l'on sait que la construction de tels ménisques est sujette à de grands inconvéniens.

27.

27. De là je tire donc cette conclusion, que pour faire de tels objectifs composés, il est bon de donner au nombre n la plus grande valeur que les autres circonstances permettent; & puisque les avantages qu'on retireroit en donnant à n une plus grande valeur que 5, ne croissent plus sensiblement, je m'arrêterai à cette hypothese $n = 5$, & j'en déduirai plus soigneusement les regles pour la construction de ces objectifs composés, qui puissent servir pour toutes les especes de lunettes. Or, quelque grand que soit le nombre des verres, pour que la confusion évanouisse entierement, l'expression suivante doit être réduite à zéro:

$$\lambda + \frac{\Phi(B+1)(\lambda'(B+1)^2+\nu B)}{B^3(\mathfrak{B}\pi-\Phi)} + \frac{\Phi(C+1)(\lambda''(C+1)^2+\nu C)}{B^3C^3(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)} + \frac{\Phi(D+1)(\lambda'''(D+1)^2+\nu D)}{B^3C^3D^3(\mathfrak{D}\pi'''-\pi''+\pi'-\Phi)} \text{ \&c.}$$

chaque verre fournissant un membre dans cette expression, dont la signification est expliquée dans mon Mémoire du XIII Volume.

28. Si la distance de foyer du premier verre en A est posée $= \alpha$, celle du second verre en B $= \frac{\mathfrak{B}\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\alpha$, & l'intervalle entre ces deux verres AB est $= \frac{\mathfrak{B}\pi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\alpha$, & le foyer commun de ces deux verres tombe après le second à la distance $= \frac{B\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\alpha$, que je regarderai comme la distance de foyer du verre objectif composé, en la posant $= p$, de sorte que $\alpha = \frac{\mathfrak{B}\pi-\Phi}{B\Phi}p$. Soit ensuite la distance de foyer négatif du second verre concave $= -np$, pour avoir $\frac{\mathfrak{B}\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}\alpha = \frac{\mathfrak{B}}{B}p = -np$, & partant $\mathfrak{B} = \frac{B}{1+B} = -nB$;

d'où

d'où nous tirons $1 + B = -\frac{1}{n}$ & $B = -\frac{(n+1)}{n}$; donc $\mathfrak{B} = n + 1$, comme ci-dessus. Or, pour l'intervalle des verres, posons-le $= \frac{k}{n+1}p$, & de là nous aurons $\frac{k}{n+1}p = \frac{\mathfrak{B}\pi}{B\Phi}p = \frac{-n\pi}{\Phi}p$, donc $\pi = \frac{-k\Phi}{n(n+1)}$.

29. Donc, puisque $\frac{\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} = \frac{-n}{n+k}$, & partant $\alpha = \frac{n+k}{n+1}p$, la distance de foyer du second verre concave étant $= -np$, & l'intervalle entre les verres $AB = \frac{k}{n+1}p$, les deux premiers membres de notre formule, qui doit être réduite à rien, seront

$$\lambda - \frac{n}{(n+k)(n+1)^3}(\lambda' - \nu n(n+1));$$

& pour tous les autres membres fournis par les verres suivans, écrivons la lettre M, dont la valeur sera toujours très petite par rapport aux premiers, & il s'agit de satisfaire à cette équation:

$$\lambda - \frac{n}{(n+k)(n+1)^3}(\lambda' - \nu n(n+1)) + M = o,$$

qui nous fournit la valeur du nombre λ' exprimée de cette sorte:

$$\lambda' = \nu n(n+1) + \left(1 + \frac{k}{n}\right)(n+1)^3(\lambda + M).$$

30. Posons donc $n = 5$, & soit k une fraction très petite, que je laisserai encore indéterminée, puisqu'on peut aisément la joindre avec la petite quantité M: & par la distance de foyer du verre composé p, nous aurons la distance de foyer du premier verre

$\alpha =$

$\alpha = \frac{5 + k}{6} p$, & du fecond $= - 5p$, avec leur intervalle AB $= \frac{k}{6} p$. Enfuite, pour le premier verre en A, prenons $\lambda = 1$, afin que fa confufion devienne la plus petite, & nous aurons pour le verre concave: $\lambda' = 30\nu + 216 \left(1 + \frac{k}{5}\right)(1 + \mathrm{M})$. Cependant pour la fraction k, qu'on ne fauroit prendre plus petite que l'épaiffeur des verres ne le permet, fi l'on réuffiffoit à détruire toute la confufion, & qu'on voulût prendre $x = \frac{1}{8}\alpha$, la valeur de k devroit être au moins $= \frac{3}{40}$. Pofons donc $k = \frac{3}{40}$, & nous aurons $\alpha = \frac{203}{240} p$, & l'intervalle AB $= \frac{1}{80} p$, & enfin:

$$\lambda' = 30\nu + 216 . \tfrac{203}{200}(1 + \mathrm{M}) = 219{,}24 + 30\nu + 219{,}24\,\mathrm{M}.$$

31. Maintenant il faut fe fouvenir, que la lettre ν, de même que les lettres ϱ, σ, τ, qui entrent dans la détermination des faces des verres, dépendent de la réfraction des rayons en entrant de l'air dans le verre, laquelle n'étant pas affez fixe, confidérons-en les principaux cas:

Réfraction

$1{,}50 : 1$; $\nu = 0{,}20000$; $\varrho = 0{,}28571$; $\sigma = 1{,}71429$; $\tau = 0{,}95832$,

$1{,}51 : 1$; $\nu = 0{,}20643$; $\varrho = 0{,}26529$; $\sigma = 1{,}69549$; $\tau = 0{,}94686$,

$1{,}52 : 1$; $\nu = 0{,}21291$; $\varrho = 0{,}24563$; $\sigma = 1{,}67745$; $\tau = 0{,}93584$,

$1{,}53 : 1$; $\nu = 0{,}21945$; $\varrho = 0{,}22668$; $\sigma = 1{,}66011$; $\tau = 0{,}92522$,

$1{,}54 : 1$; $\nu = 0{,}22605$; $\varrho = 0{,}20841$; $\sigma = 1{,}64344$; $\tau = 0{,}91499$,

$1{,}55 : 1$; $\nu = 0{,}23269$; $\varrho = 0{,}19078$; $\sigma = 1{,}62740$; $\tau = 0{,}90513$;

& pour chacun de ces cas, développons la conftruction de notre objectif compofé.

32. Or d'abord, pour le premier verre convexe, puifque $\lambda = 1$, & fa diftance de foyer $\alpha = \frac{203}{240} p$, les rayons de fes deux faces feront

de devant $= \frac{203p}{240\sigma}$, & de derriere $= \frac{203p}{240\varrho}$;

& pour le second verre concave, dont la distance de foyer est $= -5p$, les rayons de ces deux faces, dont je nommerai pour abréger celui de la face de devant $= f$, & celui de la face de derriere $= g$, seront

$$f = \frac{-5p}{6\varrho - 5\sigma + \tau V(\lambda' - 1)}, \ \& \ g = \frac{-5p}{6\sigma - 5\varrho - \tau V(\lambda' - 1)}.$$

C'est donc de ces quatre formules qu'il faut calculer les valeurs pour chaque cas de réfraction.

Pour le premier verre convexe.

33. Comme les rayons des faces de ce verre ne dépendent que des deux lettres ϱ & σ, le calcul se fera aisément, & on trouvera ces deux rayons exprimés de la maniere suivante :

Si l'on vouloit	Raison de réfraction,	Rayon de la face de devant,	Rayon de la face de derriere,
que AB fût $\frac{1}{30}p$,	1,50 : 1	0,49341p	2,96046p
il faudroit ajouter	1,51 : 1	0,49887p	3,18834p
à ces valeurs leur	1,52 : 1	0,50424p	3,44353p
partie $\frac{1}{40}$.	1,53 : 1	0,50950p	3,73140p
	1,54 : 1	0,51467p	4,05851p
	1,55 : 1	0,51975p	4,43355p.

Pour le second verre concave ou ménisque.

34. Cette détermination demande plus de calcul. D'abord, si $\lambda' - 1 = L + 219,24M$, puisque M est une fraction très petite, on aura assez exactement $V(\lambda' - 1) = VL + \frac{109,62M}{VL}$, & partant $\tau V(\lambda' - 1) = \tau VL + \frac{109,62\tau}{VL}M$, qu'il faut combiner

avec

avec les valeurs des formules $6\varrho - 5\sigma$ & $6\sigma - 5\varrho$; ces trois valeurs ſont exprimées pour chaque cas de réfraction de cette ſorte:

Raiſon de réfraction	valeur de $6\varrho - 5\sigma$,	valeur de $6\sigma - 5\varrho$,	valeur de $\tau \sqrt{L} + \frac{109,62\tau}{\sqrt{L}} M$
1,50 : 1	−6,85719	8,85719	14,35050 + 7,0153 M
1,51 : 1	−6,88571	8,84649	14,18469 + 6,9282 M
1,52 : 1	−6,91347	8,83655	14,02596 + 6,8448 M
1,53 : 1	−6,94047	8,82726	13,87284 + 6,7642 M
1,54 : 1	−6,96674	8,81859	13,72552 + 6,6864 M
1,55 : 1	−6,99232	8,81050	13,58361 + 6,6114 M.

35. De là formons premierement les dénominateurs des fractions données pour les rayons des faces du ſecond verre, qui ſeront exprimés ainſi:

Raiſon de réfraction	I. Dénominateur $6\varrho - 5\sigma + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}$	II. Denominateur $6\sigma - 5\varrho - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}$
1,50 : 1	+7,49331 + 7,0153 M	−5,49331 − 7,0153 M
1,51 : 1	+7,29898 + 6,9282 M	−5,33820 − 6,9282 M
1,52 : 1	+7,11249 + 6,8448 M	−5,18941 − 6,8448 M
1,53 : 1	+6,93237 + 6,7642 M	−5,04558 − 6,7642 M
1,54 : 1	+6,75878 + 6,6864 M	−4,90693 − 6,6864 M
1,55 : 1	+6,59129 + 6,6114 M	−4,77311 − 6,6114 M;

tous les deux dénominateurs ſont rapportés au même numérateur $-5p$.

36. Maintenant, pour en tirer les rayons mêmes, remarquons que cette fraction $\frac{-5p}{\mathfrak{r} + s M}$, donne aſſez exactement $\frac{-5}{\mathfrak{r}} p + \frac{5s}{\mathfrak{r}\mathfrak{r}} M p$; d'où nous tirons pour les rayons de chaque face les valeurs ſuivantes:

pour

	raison de réfraction,	pour le second verre, Rayon de la face de devant,	rayon de la face de derriere,
Si l'on vouloit	1,50 : 1	$-0,66726p + 0,6247\,Mp$	$+0,91020p - 1,1624\,Mp$
que $AB = \frac{1}{30}p$,	1,51 : 1	$-0,68503p + 0,6502\,Mp$	$+0,93665p - 1,2156\,Mp$
il faudroit pren-	1,52 : 1	$-0,70299p + 0,6765\,Mp$	$+0,96350p - 1,2708\,Mp$
dre $M = \frac{1}{40} + M$.	1,53 : 1	$-0,72126p + 0,7038\,Mp$	$+0,99096p - 1,3285\,Mp$
	1,54 : 1	$-0,73978p + 0,7319\,Mp$	$+1,01897p - 1,3885\,Mp$
	1,55 : 1	$-0,75858p + 0,7609\,Mp$	$+1,04754p - 1,4510\,Mp$;

d'où l'on voit que la face de devant de ce verre est toujours concave, & celle de derriere convexe. Or la distance entre ces deux verres est $AB = \frac{1}{40}p$.

37. Pour la lettre M, elle marque la partie de la confusion qui résulte des autres verres de la lunette, & partant elle dépend aussi du grossissement, que j'exprime par le nombre m. Si l'on n'emploie qu'un seul oculaire, cette partie de confusion sera fort à peu près $= \frac{1}{m}$, qu'il faudra écrire à la place de M. Or cette même lettre M admet une certaine latitude, que les limites de la confusion admettent, en vertu de laquelle on peut ajouter ou soustraire de M la particule $\frac{\alpha^3}{m x^3 x^3}$, prenant $v = 45$, & x marque le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif; & l'on sait qu'il faut prendre $x = \frac{m}{50}$ pouces, de sorte que cette particule devient $= \frac{4\alpha^3}{5m^4}$. Ou bien, si l'on suppose $\alpha = \frac{m\sqrt{m}}{\delta}$, au lieu de M, on peut écrire $M \pm \frac{4}{3\delta^3}$; d'où l'on peut juger du point de précision qu'on attend de l'adresse de l'Artiste.

38. Mais, quand même l'Artiste passeroit ces limites, pourvu que l'erreur ne fût pas très grossiere, on pourra toujours se servir d'un

d'un tel objectif pour des grossissemens plus petits qu'on ne se sera proposé. Or, comme cet objectif a été construit sur une certaine distance entre les deux verres, on comprend aisément qu'un tel objectif composé, où l'Artiste se sera écarté tant soit peu des mesures prescrites, pourra néanmoins être parfait par rapport à une autre distance entre les verres; & l'on pourra trouver des valeurs pour les nombres n & k, qui conduiroient précisément à l'objectif exécuté. On n'aura donc qu'à joindre les deux verres de telle sorte, moyennant une vis, qu'on les puisse éloigner ou approcher tant soit peu, & par ce moyen on découvrira aisément la petite distance où toute la confusion doit disparoitre. C'est sans doute le plus sûr moyen de porter les lunettes au plus haut degré de perfection, lequel ne sauroit manquer, pourvu que les verres ne soient pas assujetttis à une confusion irréguliere dont j'ai parlé au commencement.

39. En cas qu'on voulût construire de tels objectifs, où la distance entre les verres seroit plus grande, afin qu'on fût mieux en état d'y apporter les corrections nécessaires, en les rapprochant davantage, il ne seroit pas nécessaire de refondre tout ce calcul. On n'a qu'à remarquer, qu'en augmentant la valeur de k, d'où dépend l'intervalle entre les verres, la lettre M en recevra un plus grand coëfficient. Par conséquent nous arriverons à ce but, quand nous donnerons à la lettre M une valeur tant soit peu plus grande, qu'elle n'auroit en effet dans les formules qui expriment les rayons des faces du second verre; car alors l'intervalle entre les verres sera augmenté dans la même raison, & partant susceptible d'une plus grande diminution, en cas que les circonstances l'exigent.

40. Puisque l'intervalle entre les deux verres qui constituent ces objectifs, est si petit, dans la combinaison avec d'autres verres on peut regarder ces objectifs comme des lentilles simples, dont la distance de foyer est $= p$, par laquelle les rayons des quatre faces sont déterminés. Mais ces objectifs composés ont ce grand avantage sur les simples, qu'ils ne produisent non seulement aucune confusion, mais

qu'un léger changement dans leur distance est même capable de détruire la confusion qui résulteroit des autres verres. Donc, pourvu que l'Artiste trouve moyen de surmonter toutes les difficultés qui s'opposent à leur exécution, on peut espérer de porter par ce moyen les lunettes au plus haut degré de perfection dont elles soient susceptibles; & cela d'autant plus, que j'ai déjà découvert les moyens d'augmenter le champ apparent, autant qu'on peut le souhaiter, en multipliant le nombre des verres oculaires.

41. Mais, quand la confusion qui résulte des autres verres, est si grande, que la lettre M approche fort de l'unité, on ne sauroit plus se servir des formules que j'ai données pour le ménisque. Pour ces cas j'ajoute ici une table, qui montre les véritables valeurs des rayons des deux faces de notre ménisque, pour la raison de réfraction de 1,54 : 1.

	Pour le Ménisque, rayon de sa face de devant,	rayon de sa face de derriere,
si M $= 1$ - - - - - -	$-0,40588p$	$+0,47769p$
si M $= \frac{1}{2}$ - - - - - -	$-0,51170p$	$+0,63135p$
si M $= \frac{1}{4}$ - - - - - -	$-0,59961p$	$+0,77079p$
si M $= \frac{1}{6}$ - - - - - -	$-0,63847p$	$+0,83620p$
si M $= \frac{1}{8}$ - - - - - -	$-0,66039p$	$+0,87422p$
si M $= \frac{1}{10}$ - - - - - -	$-0,67460p$	$+0,89930p$
si M $= \frac{1}{12}$ - - - - - -	$-0,68446p$	$+0,91691p$.

RE-